Полет Леви, названный по имени французского математика Поля Леви, представляет собой случайное блуждание, в котором длины ступеней имеют распределение вероятностей, которое является тяжелобольным. Когда они определяются как прогулка в пространстве размерности больше единицы, сделанные шаги находятся в изотропных случайных направлениях.

Термин «перелет Леви» был придуман Бенуа Мандельбротом [1], который использовал это для одного конкретного определения распределения ступенчатых размеров. Он использовал термин Коши для случая, когда распределение ступенчатых размеров является распределением Коши [2] и полетом Рэлея, когда распределение является нормальным распределением [3] (что не является примером распределения вероятностей с тяжелыми хвостами ).

Позже исследователи расширили использование термина «перелет Леви», чтобы включить случаи, когда случайное блуждание происходит на дискретной сетке, а не на непрерывном пространстве [4]. [5]

Частный случай, для которого Мандельброт использовал термин «полет Леви» [1], определяется функцией выжившего (обычно известной как функция выживания) распределения ступенчатых размеров U, являющейся



Здесь D - параметр, связанный с фрактальной размерностью, и распределение является частным случаем распределения Парето. Позже исследователи позволяют распределить размеры шага в любом распределении, для которого функция выживания имеет силовой хвост



для некоторого k, удовлетворяющего 1 <k <3. (Здесь обозначение O - обозначение Big O.) Такие распределения имеют бесконечную дисперсию. Типичными примерами являются симметричные устойчивые распределения.

свойства

Полеты Леви по строительству марковских процессов. Для общих распределений ступенчатого размера, удовлетворяющих степенному условию, расстояние от начала случайного блуждания после большого количества шагов стремится к устойчивому распределению из-за обобщенной центральной предельной теоремы, что позволяет многим процессам быть смоделированным с использованием рейсов Леви.

Плотности вероятности для частиц, подвергающихся полету Леви, могут быть смоделированы с использованием обобщенной версии уравнения Фоккера-Планка, которая обычно используется для моделирования броуновского движения. Уравнение требует использования дробных производных. Для длин скачков, имеющих симметричное распределение вероятностей, уравнение принимает простой вид в терминах дробной производной Рисса. В одном измерении уравнение читается как

Приложения

Определение полета Леви связано с математикой, связанной с теорией хаоса, и полезно для стохастических измерений и моделирования случайных или псевдослучайных природных явлений. Примеры включают анализ данных землетрясений, финансовую математику, криптографию, анализ сигналов, а также множество приложений в области астрономии, биологии и физики.

Еще одно приложение - гипотеза о прохождении полета Леви. Когда акулы и другие океанические хищники не могут найти пищу, они отказываются от броуновского движения, случайного движения, наблюдаемого в молекулах закрученного газа, для полета Леви - сочетание длинных траекторий и коротких случайных движений, обнаруженных в турбулентных жидкостях. Исследователи проанализировали более 12 миллионов движений, зарегистрированных за 5700 дней у 55 животных с меткой данных из 14 видов хищников океана в Атлантическом и Тихом океанах, включая шелковистых акул, желто-коричневого тунца, синего марлина и меч-рыбу. Данные показали, что полеты Леви, перемежающиеся с броуновским движением, могут описывать образцы охоты на животных. [7] [8] [9] [10] Птицы и другие животные [11] (включая людей) [12] следуют путям, которые были смоделированы с использованием полета Леви (например, при поиске пищи). [13] Биологические данные полета также, по-видимому, могут имитировать другие модели, такие как сложные коррелированные случайные блуждания, которые растут по масштабам, чтобы сходиться на оптимальных прогулках Леви [14]. Композитные броуновские прогулки могут быть точно настроены на теоретически оптимальные прогулки по Леви, но они не так эффективны, как поиск Леви по большинству типов ландшафтов, что указывает на то, что давление на выбор для характеристик ходьбы Лэви более вероятно, чем многомасштабные нормальные диффузные картины. [15]

Эффективная маршрутизация в сети может выполняться ссылками, имеющими распределение длины полета Леви с определенными значениями альфа.